EXERCICE N°1

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On considère les points $A(2,3,-1);B(4,0,2)\text{ et }C(3,2,1)$

1/a) Calculer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$

b) Calculer $\sin(B\hat{A}C)$ et $\cos(B\hat{A}C)$

c) Donner une équation cartésienne du plan (ABC) noté P

2/ Soit $Q=\left\{M(x,y,z)\in\xi \text{ tel que } \overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{AC}=0\right\}$

a) Montrer que Q est un plan dont une équation cartésienne est $3x-4y+5z=0$

b) Montrer que P et Q sont sécants suivant une droite Δ dont on donnera une représentation paramétrique

3/ Soit H le projeté orthogonale du point C sur (AB)

a) Calculer l'aire du triangle ABC

b) Déduire la distance CH

EXERCICE N°2

L'espace ξ est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On donne les points $A(2,-1,1);B(0,-1,-1)\text{ et }C(-2,0,-1)$

1/a) Montrer que les points A,B et C définissent un plan P

b) Vérifier que le plan P à pour équation : $x+2y-z+1=0$

2/a) Donner une représentation paramétrique de la droite D passant par A et perpendiculaire à P

b) Calculer la distance δ du point B à la droite D

3/ Déterminer une équation cartésienne du plan Q passant par C et de vecteur normale $\vec{n}=-\vec{i}+\vec{k}$

4/ Déterminer une représentation paramétrique de la droite $D'=P\cap Q$

5/ Montrer que D et D' ne sont pas coplanaires

6/ Donner l'aire du triangle ABC

EXERCICE N°3

L'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$
On donne les points $A(3,2,4);B(0,3,5);C(0,2,1)\text{ et }D(3,1,0)$

1/a) Montrer que ABCD est un parallélogramme

b) Calculer l'aire du parallélogramme ABCD

c) Donner une équation du plan P contenant le parallélogramme ABCD

2/ Soit le point E tel que $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AD}$

a) Montrer que la droite (AE) est perpendiculaire au plan P

b) Vérifier que E à pour cordonnées $(2,-2,5)$

c) Calculer le volume du pyramide ABCDE

Exercice N°4 :

On considère la fonction f définie sur $[\,2\,,\,+\infty\,[$ par $f(x) = \sqrt{2x-4}+1$.

1/ Etudier le domaine de continuité de f

2/a) Etudier la dérivabilité de f à droite en 2. Interpréter graphiquement.

b) Déterminer le domaine de dérivabilité de f.

3/ Calculer f'(x). Dresser le tableau de variation de f.

4/a) Montrer que f réalise une bijection de $[\,2\,,\,+\infty\,[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b) Tracer ζ_f et $\zeta_{f^{-1}}$ dans un R.O.N

5/a) Déterminer le domaine de continuité de f^{-1}, fonction réciproque de f

b) Etudier la dérivabilité de f^{-1} à droite en 1

c) Dresser le tableau de variation de f^{-1}

d) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J

Exercice N°5

Soit f la fonction définie sur $]-1,1[$ par : $f(x) = -1+\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

et ζ_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1/a) Justifier que f est dérivable sur $]-1,1[$ et que : $f'(x) = \dfrac{1}{(\sqrt{1-x^2})^3}$

b) Dresser le tableau de variation de f

2/a) Montrer que I(0 , - 1) est un point d'inflexion de ζ_f

b) Donner une équation cartésienne de la tangente à ζ_f au point I

c) Montrer que I est un centre de symétrie pour ζ_f

3/ Tracer ζ_f en précisant les asymptotes

4/ a) Montrer que f réalise une bijection de $[0,1[$ sur un intervalle J à préciser

b) Calculer $(f^{-1})'(-1)$

c) Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$